

УДК 621.9:621.89

Quality of Dynamics of a Circular Gas-Static Thrust Bearing with an Elastic Suspended Support Center

Vladimir A. Kodnyanko and Andrei S. Kurzakov*

*Siberian Federal University
79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041, Russia*

Received 16.06.2017, received in revised form 25.12.2018, accepted 27.02.2019

A design, a mathematical model are presented and a calculation technique of quality indicators of the gas-static thrust bearing dynamics with the elastic suspended support center is described. It is shown that the application of such improvement allows to eliminate completely essential shortcomings of the quality of dynamics characteristic for a bearing with annular diaphragms and transforms the construction into a dynamic system with optimal dynamic characteristics – high indicators of degree of stability, aperiodic nature of the transient process, values of the oscillation index that are peculiar to ideally damped dynamic systems.

Keywords: gas-static bearing, thrust gas-static bearing, quality of dynamics, degree of stability, oscillation index, transient process, stability of dynamic system.

Citation: Kodnyanko V.A., Kurzakov A.S. Quality of dynamics of a circular gas-static thrust bearing with an elastic suspended support center, J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol., 2019, 12(3), 331-338. DOI: 10.17516/1999-494X-0140.

Качество динамики кругового газостатического подпятника с опорным центром на упругом подвесе

В.А. Коднянко, А.С. Курзаков

*Сибирский федеральный университет
Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79*

Представлена конструкция, приведена математическая модель и описана методика расчета показателей качества динамики газостатического подпятника с опорным центром на упругом подвесе. Показано, что применение этого усовершенствования позволяет полностью устранить характерные для подпятника с кольцевыми диафрагмами существенные

недостатки качества его динамики и превратить конструкцию в динамическую систему с оптимальными динамическими характеристиками – высокими показателями степени устойчивости, аperiodическим характером переходных процессов, значениями показателя колебательности, которые характерны для идеально демпированных динамических систем.

Ключевые слова: газостатический подшипник, осевая газостатическая опора, качество динамики, степень устойчивости, показатель колебательности, переходный процесс, устойчивость динамической системы.

Введение

Известно, что газостатические подпятники с кольцевыми диафрагмами абсолютно устойчивы [1], однако качество их динамики имеет ряд серьезных недостатков. К их числу относится низкое быстродействие, повышенная колебательность переходных процессов, большие амплитуды резонанса частотной характеристики передаточной функции динамической податливости. Это объясняется негативным влиянием заключенного в несущем слое объема сжатого газа на демпфирование подпятника.

Улучшить динамические характеристики подпятника можно посредством усовершенствований, направленных на уменьшение объема несущего смазочного слоя и повышение его демпфирующей способности.

На рис. 1 показана схема кругового газостатического подпятника (ГП) с валом 1 и основанием 2, которое соединено с опорным диском 3 радиусом r_0 . ГП питается смазкой от источника сжатого газа через отверстия малого диаметра d , которые равномерно расположены на диске 3 по окружности радиусом r_1 . Центральный опорный центр 5 поддерживается упругим подвесом 4 в виде тонкого кольца толщиной δ , обеспечивающего необходимую величину деформации e материала диска 3.

Во время работы подпятника смазка подается в него под давлением p_H через отверстие в основании 2, далее через кольцевые диафрагмы попадает в несущий слой и затем истекает из него в окружающую среду. Под действием разности давлений $p_H - p_d > 0$ на поверхности

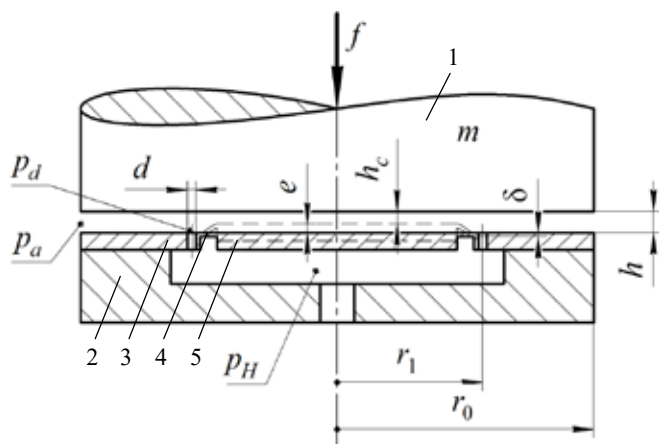


Рис. 1. Расчетная схема подпятника

Fig. 1. The design scheme of the thrust bearing

опорного центра 5 происходит деформация кольца 4, вследствие чего этот центр смещается на величину e в направлении вала 1. По сравнению с обычным подпятником ($e = 0$) в таком ГП объем газа, заключенного в его несущем слое, будет меньше, кроме того, вследствие деформации материала кольца 4 изменится характер колебаний несущего слоя смазки, что может способствовать повышению качества динамики конструкции.

Математическое моделирование

Исследование качества динамики ГП проведено в безразмерной форме. Размерные величины математической модели обозначены строчными буквами, безразмерные – прописными. За масштабы безразмерных величин приняты: наружный радиус r_0 – для радиусов; соответствующая расчетной статической нагрузке f_0 (стационарный режим «расчетной точки») толщина h_0 слоя смазки на наружном кольце диска 3 – для перемещений и смещения e , давление p_a окружающей среды – для давлений, $\pi r_0^2 p_a$ – для сил.

Математическая модель описывает движение сжатого газа в областях смазочного слоя, образованного поверхностями вала 1 и центра 5 (центральная область $0 \leq r \leq r_1$), наружного кольца диска 3 (кольцевая область $r_1 \leq r \leq 1$). Области соприкасаются по окружности радиуса r_1 , на которой расположены кольцевые диафрагмы.

Функция давления в смазочном слое этих областей подчиняется системе (1) – (2) краевых задач для дифференциального уравнения Рейнольдса [2]

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial R} \left(RH_c^3 P_c \frac{\partial P_c}{\partial R} \right) = \sigma R \frac{\partial (P_c H_c)}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial P_c}{\partial R} = 0, P_c(R_1, \tau) = P_d(\tau), P_c(R, 0) = 1, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial R} \left(RH^3 P_r \frac{\partial P_r}{\partial R} \right) = \sigma R \frac{\partial (P_r H)}{\partial \tau}, \\ P_r(R_1, \tau) = P_d(\tau), P_r(1, \tau) = 1, P_r(R, 0) = 1, \end{cases} \quad (2)$$

где $P_c(R, \tau)$ и $P_r(R, \tau)$ – функции давления в смазочных зазорах областей; $H_c(\tau)$ и $H(\tau)$ – функции толщин зазоров в этих областях; $P_d(\tau)$ – функция давления на выходе кольцевых диафрагм; R , τ – радиус и текущее время.

Здесь

$$\sigma = 12\mu\omega_0^2 / p_a h_0^2 t_0 \quad (3)$$

– «число сдвливания» газового слоя [3], где μ – динамическая вязкость газовой смазки, t_0 – масштаб текущего времени.

Для определения неизвестного давления $P_d(\tau)$ использовали уравнение неразрывности смазочного потока

$$Q_r(\tau) - Q_c(\tau) = Q_d(\tau), \quad (4)$$

где

$$Q_r = -RH^3 \frac{\partial P_r^2}{\partial R} \Big|_{R=R_1}, Q_c = -RH_c^3 \frac{\partial P_c^2}{\partial R} \Big|_{R=R_1}, Q_d = A_d H \Psi(P_H, P_d) \quad (5)$$

– функции массового расхода газа на входе в зазоры соответствующих областей и на выходе из кольцевых диафрагм, где A_d – критерий подобия питающих отверстий, Ψ – функция истечения Прандтля [2].

Уравнение силового равновесия вала 1 представляли в виде

$$W(\tau) - F_{in}(\tau) = F(\tau), \quad (6)$$

где F – внешняя сила, $W = W_r + W_c$ – несущая способность подпятника,

$$W_r(\tau) = 2 \int_{R_1}^1 R(P_r - 1) dR, \quad W_c(\tau) = 2 \int_0^{R_1} R(P_c - 1) dR, \quad F_{in}(\tau) = M \frac{d^2 H(\tau)}{d\tau^2} \quad (7)$$

– составляющие несущей способности по областям зазора и сила инерции вала 1, M – его масса.

Смещение $\varepsilon(\tau)$ центра 5 и функцию зазора $H_c(\tau)$ находили по формулам

$$W_H = R_1^2 (P_H - 1), \quad \varepsilon = K_m (W_H - W_c), \quad H_c = H - \varepsilon, \quad (8)$$

где K_m – податливость упругого кольца 4.

Исследование динамики подпятника проводилось для малых колебаний вала 1 в окрестности упомянутой «расчетной точки» при помощи специализированной компьютерной среды моделирования, расчета и исследования газостатических опор (среды СИГО) [4] методами теории линейных динамических систем [6, 7]. Решение краевых задач (1), (2) для линеаризованных и преобразованных по Лапласу уравнений Рейнольдса получено численным методом [5], гарантирующим заданную точность расчета комплексных коэффициентов при интегро дифференциальных изображениях обобщенных координат динамической модели (1) – (8).

Для количественной оценки устойчивости и быстродействия ГП как динамической системы использовали степень устойчивости η [6]. Запас устойчивости ГП оценивали при помощи показателя колебательности Π [7] амплитудно-частотной характеристики передаточной функции динамической податливости подпятника $K(s) = \overline{\Delta H}(s) / \overline{\Delta F}(s)$, где $\overline{\Delta H}, \overline{\Delta F}$ – лапласовы трансформанты малых отклонений соответствующих функций от их стационарных значений, s – переменная преобразования Лапласа [6, 7].

В качестве входных использовали параметры: давление наддува P_H , радиус R_1 , «число сдвливания» σ и параметры «расчетной точки» ε_0 – статическое смещение центра 5 и нормированный коэффициент настройки сопротивления диафрагм $\chi = (P_{d0}^2 - 1) / (P_H^2 - 1) \in [0, 1]$, где P_{d0} – статическое давление смазки на выходе кольцевых диафрагм при статическом зазоре толщины $H_0 = 1$.

Масштаб t_0 определяли из условия

$$M = m h_0 / \pi r_0^2 p_a t_0^2 = 1, \quad (9)$$

где m – масса вала.

Давление P_{d0} , критерий A_d и податливость K_m в режиме «расчетной точки», для которой задачи (1) – (2) имеют аналитическое решение, определяли по формулам

$$P_{d0} = 1 + \sqrt{\chi(P_H^2 - 1)}, \quad A_d = \frac{1 - P_{d0}^2}{\Psi(P_H, P_{d0}) \ln R_1}, \quad K_m = \frac{\varepsilon_0}{R_1^2 (P_H - P_{d0})}.$$

Результаты исследования

На рис. 2 представлены зависимости статической податливости K_0 подпятника от коэффициента настройки χ при различных значениях давления наддува P_H . Поскольку параметры ε_0 и σ не влияют на статические характеристики подпятника, то интерес представляют значения коэффициента χ , при которых подпятник имеет наименьшую статическую податливость. Функция $K_0(\chi)$ является унимодальной и, следовательно, имеет единственный минимум, который, как видно из графиков, соответствует $\chi \approx 0,45$. Расчет динамических характеристик проведен для этого значения χ .

На рис. 3 показано влияние величины статического смещения ε_0 центра 5, что эквивалентно влиянию податливости K_m кольца 4, на характер кривых переходного процесса $\Delta H(\tau)$ при входном силовом воздействии $\Delta F(\tau)$ в виде δ -функции Дирака [7]. При жестком диске, когда $\varepsilon_0 = 0$ и $K_m = 0$, переходная кривая характеризуется выраженной колебательностью. С увеличением ε_0 и K_m колебательность переходных кривых снижается, что выражается в уменьшении амплитуды колебаний. Уже при $\varepsilon_0 \geq 0,3$, когда в статическом состоянии толщина зазора в центральной области за счет смещения центра 5 уменьшается не менее чем на 30 % и способствует тем самым заметному уменьшению объема смазки в газовом слое, переходная характеристика становится аperiодической. При этом для таких режимов сокращается и длительность переходных процессов.

Более полное представление о длительности переходных характеристик дают кривые рис. 4, на которых показано влияние смещения ε_0 на быстродействие подпятника. На графиках видно, что с увеличением ε_0 степень устойчивости η быстро увеличивается, достигает своего максимума и затем уменьшается, что свидетельствует об экстремальном

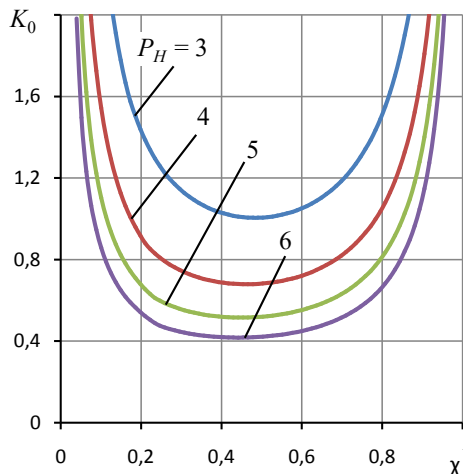


Рис. 2. Кривые зависимости статической податливости K_0 подпятника от коэффициента настройки χ для различных значений давления наддува P_H при $R_1 = 0,7$

Fig. 2. Curves of static compliance of the thrust bearing K_0 as a function of the setting factor χ for different values of supply pressure P_H at $R_1 = 0.7$

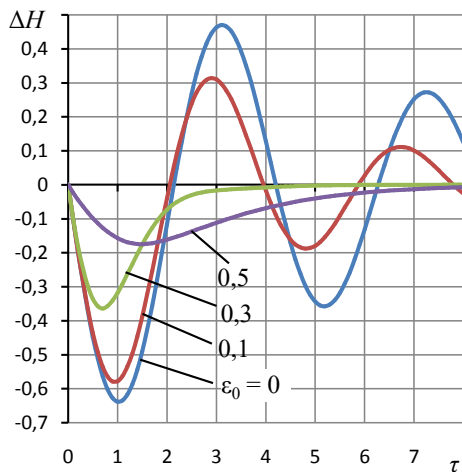


Рис. 3. Кривые ΔH переходного процесса для различных смещений ε_0 центра 5 при $P_H = 5$; $\chi = 0,45$; $R_1 = 0,7$; $\sigma = 20$

Fig. 3. Curves ΔH of the transition process for different displacements ε_0 of center 5 at $P_H = 5$; $\chi = 0.45$; $R_1 = 0.7$; $\sigma = 20$

характере зависимости $\eta(\varepsilon_0)$. Установлено, что значениям σ , которые находятся слева от этого максимума, соответствуют колебательные режимы переходных процессов, а справа – аperiodические, что подтверждается графиками, приведенными на рис. 3. Анализ приведенных на рис. 4 кривых указывает на то, что функция $\eta(\sigma)$, а следовательно, и функция $\eta(\varepsilon_0, \sigma)$ имеют экстремальный характер и обладают единственным экстремумом-максимумом. Им определяется оптимальный режим быстрогодействия подпятника. В результате оптимизации функции $\eta(\varepsilon_0, \sigma)$ установлено, что максимальное быстроедействие подпятник имеет при $\varepsilon_0 = 0,31$ и $\sigma = 13$, что соответствует экстремуму $\eta(\varepsilon_0, \sigma) = 1,52$. Аналогичный подпятник с жестким кольцом 4 ($\varepsilon_0 = 0$) имел бы наибольшее значение $\eta = 0,13$. Отсюда следует, что примененное в подпятнике усовершенствование при оптимальном выборе параметров, влияющих лишь на динамику конструкции, позволяет более чем на порядок повысить ее быстроедействие.

На рис. 5 изображены зависимости показателя колебательности Π от «числа сдвливания» σ для различных смещений ε_0 . Подпятнику с жестким кольцом 4 ($\varepsilon_0 = 0$) соответствует кривая, на которой $\Pi > 5$, что характеризует подпятник как резонансную систему слишком высокой колебательности.

С увеличением ε_0 показатель Π уменьшается, и уже при $\varepsilon_0 \geq 0,2$ подпятник приобретает свойства хорошо демпфированной динамической системы, для которой показатель Π не должен превосходить значений 1,1 – 1,5 [7]. Как видно из графиков, при $\varepsilon_0 \geq 0,3$ зависимости $\Pi(\sigma)$ безрезонансны ($\Pi = 1$), подпятник становится неколебательной динамической системой с аperiodическим характером переходных процессов, обеспечивая конструкции наибольший запас устойчивости.

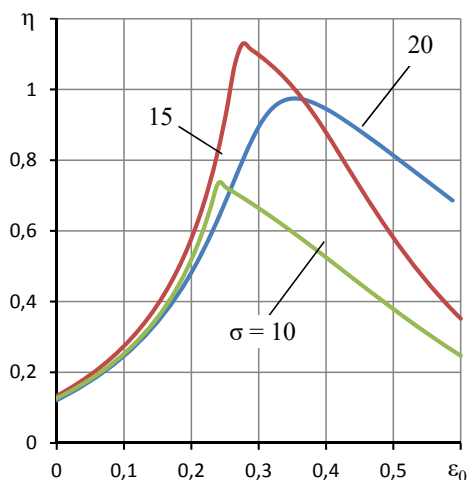


Рис. 4. Кривые зависимости степени устойчивости η от смещения ε_0 подвижного центра для различных значений «числа сдвливания» σ при $P_H = 5$; $\chi = 0,45$; $R_1 = 0,7$

Fig. 4. Curves of the degree of stability η from the displacement ε_0 of the moving center at different values of the «compression number» σ for $P_H = 5$; $\chi = 0,45$; $R_1 = 0,7$

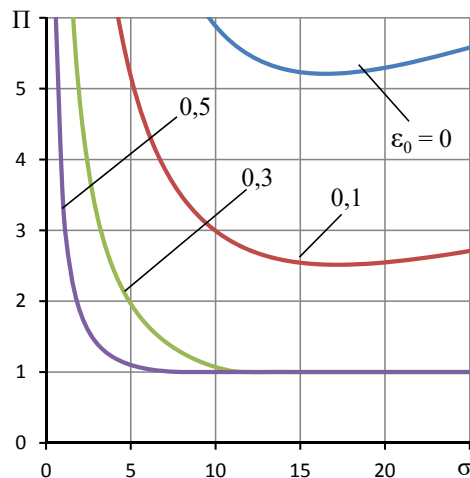


Рис. 5. Кривые зависимости показателя колебательности Π от «числа сдвливания» σ для различных смещений ε_0 подвижного центра при $P_H = 5$; $\chi = 0,45$; $R_1 = 0,7$

Fig. 5. Curves of the oscillation index Π at the «number of compression» σ for different displacements ε_0 of the moving center for $P_H = 5$; $\chi = 0,45$; $R_1 = 0,7$

В заключение приведем пример расчета оптимальных по качеству динамики размерных величин и характеристик подпятника радиусом $r_0 = 0,07$ м с валом массой 12 кг при $P_H = 5$; $R_1 = 0,7$; $\chi = 0,45$; $\varepsilon_0 = 0,31$, $\sigma = 13$, для которых $\eta = 1,52$ и статическая несущая способность $W_0 = 1,86$.

Используя (3) и (9), найдем формулу для определения размерной толщины смазочного слоя в «расчетной точке»:

$$h_0 = r_0 \sqrt[5]{\frac{144\pi\mu^2 r_0}{m p_a \sigma^2}}.$$

Принимая $\mu = 18 \cdot 10^{-6}$ Па·с и $p_a = 106$ кПа, получим $h_0 = 38$ мкм. В этом режиме подпятник имеет несущую способность $w_0 = \pi r_0^2 p_a W_0 = 2,9$ кН.

Преобразовав (9), определим величину масштаба текущего времени:

$$t_0 = \sqrt{\frac{m h_0}{\pi r_0^2 p_a}} = 0,54 \text{ мс}.$$

Используя известную зависимость [7], вычислим время затухания переходного процесса $t_{\text{ин}} \approx 3t_0 / \eta = 1,1$ мс.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что применение опорного центра на упругом подвесе позволяет полностью устранить характерные для кругового подпятника с кольцевыми диафрагмами недостатки качества его динамики и превратить конструкцию в динамическую систему с оптимальными динамическими характеристиками – высокими показателями степени устойчивости, апериодическим характером переходных процессов, величинами показателя колебательности, которые характерны для идеально демпированных динамических систем.

Список литературы

- [1] Пинегин С.В., Орлов А.В., Табачников Ю.Б. *Прецизионные опоры качения и опоры с газовой смазкой*. М.: Машиностроение, 1984. 186 с. [Pinegin S.V., Orlov A.V., Tabachnikov Yu.B. *Precision rolling bearings and bearings with gas lubrication*. Moscow, Mashinostroenie, 1984, 186 p. (in Russian)]
- [2] Константиnescу В.Н. *Газовая смазка*. М.: Машиностроение, 1968. 718 с. [Constantinescu V.N. *Gas lubrication*. Moscow, Mashinostroenie, 1968, 718 p. (in Russian)]
- [3] Пинегин С.В., Табачников Ю.Б., Сипенков И.Е. *Статические и динамические характеристики газостатических опор*. М.: Наука, 1982. 265 с. [Pinegin S.V., Tabachnikov Yu.B., Sipenkov I.E. *Static and dynamic characteristics of gas-static bearings*. Moscow, Nauka, 1982, 265 p. (in Russian)]
- [4] Коднянко В.А. Концепция компьютерной среды исследования газостатических опор, *СТИН*, 2001, 4, 11-13 [Kodnyanko V.A. The concept of a computer environment for the study of gas-static bearings. *STIN*, 2001, 4, 11-13 (in Russian)]
- [5] Коднянко В.А. Численный метод расчета нестационарных характеристик осевого кольцевого блока газостатических опор, *Трение, износ, смазка*, 2005, 22, 31-35 [Kodnyanko V.A. A numerical method for calculating the non-stationary characteristics of thrust ring block of gas-static bearings, *Friction, wear, lubrication*, 2005, 22, 31-35 (in Russian)]

[6] Юревич Е.И. *Теория автоматического управления*. Л.: Энергия, 1975. 416 с. [Yurevich E.I. *Theory of automatic control*. Leningrad, Energia, 1975, 416 p. (in Russian)]

[7] Бесекерский В.А., Попов Е.П. *Теория автоматического регулирования*. М.: Наука, 2003, 767 с. [Bessekersky V.A., Popov E.P. *Theory of automatic control*. Moscow, Nauka, 2003, 767 p. (in Russian)]